# **RAPORT ŞTIINȚIFIC ETAPA 2015**

# SINTEZA UNOR NOI ALGORITMI DE PROIECTARE CAD A PROFILURILOR SCULELOR AȘCHIETOARE, GENERATOARE A SUPRAFEȚELOR COMPLEXE, CU MIJLOACE NEANALITICE

## Contract de cercetare PN II-RU-TE-2014-4-0031/2015

#### Echipa de cercetare:

Director de proiect:	conf. dr. ing. Virgil Gabriel TEODOR
Cercetători postdoctorali:	ş.l. dr. ing. Nicuşor BAROIU
	ş.l. dr. ing. Florin SUSAC
Studenți doctoranzi:	drd. ing. Răzvan Tudor ROŞCULEȚ
	drd. ing. Mircea NICULESCU

Etapa I

# Cuprins

Contract de cercetare PN II-RU-TE-2014-4-0031/2015	1
Cuprins	2
Stadiul actual al cercetărilor	3
Geometria sculelor așchietoare	3
Modelarea analitică a proceselor de înfășurare	3
Metode grafice pentru modelarea generării suprafețelor prin înfășurare	3
Metoda familiei de traiectorii relative de generare	5
Metoda grafică pentru profilarea sculelor de tip cuțit rotativ	7
Aplicație. Cuțit rotativ pentru filet trapezoidal	11
Aplicație. Cuțit rotativ pentru generarea unui șurub cu bile	13
Metoda traiectoriilor plane de generare pentru profilarea sculelor de tip cuțit-roată. Cazul generării exterioare	17
Metoda neanalitică de profilare a sculelor tip cuțit-roată	17
Profilarea sculelor tip cuțit-roată prin metoda traiectoriilor relative de generare	18
Cuțit roată pentru generarea unui arbore canelat	21
Aplicație numerică	23
Soluție grafică	23
Traiectorii plane de generare în procesul generării cu cuțite-roată de interior	24
Cuțit-roată de interior pentru generarea unei bucșe cu alezaj pătrat	26
Aplicație numerică	27
Soluția grafică în CATIA	27
Algoritm pentru profilarea neanalitică a sculelor care generează prin înfășurare, prin metoda rulării	29
Aplicație numerică	32
Anexe	36
Codurile sursa ale programelor utilizate pentru profilarea analitică prin metoda traiectoriilor relative de generare	36
Profilarea sculei cuțit rotativ pentru generarea unui șurub cu bile	36
Profilarea sculei cuțit-roată pentru generarea unui arbore canelat	36
Profilarea sculei cuțit-roată pentru generarea unei bucșe pătrate	36
Rezultate obținute în anul 2015	37
Articole transmise spre evaluare la jurnale indexate BDI:	37
Articol susținut la conferința ICMS 2015:	37
Articole transmise spre evaluare la conferințe ce urmează a avea loc în 2016:	37

# Stadiul actual al cercetărilor

Problematica generării suprafețelor complexe utilizând scule profilate și, de asemenea, mașini-unelte cu comandă numerică (NC) constituie o preocupare asiduă a colectivelor de cercetare internaționale.

Precizăm, în cele ce urmează, aspecte definitorii ale liniilor de cercetare în domeniu, așa cum rezultă din cercetarea bibliografică de specialitate.

#### Geometria sculelor așchietoare

Performanțele generării suprafețelor prin așchiere depind de geometria sculelor așchietoare. Guochao Li și alții [2014] abordează problematica studiului geometriei tăișurilor sculelor elicoidale, apelând la principiile teoriei înfășurării suprafețelor, în scopul realizării suprafețelor de așezare ale tăișurilor dinților sculelor cu canale elicoidale. Se propun mai multe soluții tehnologice de rectificare cu discuri abrazive preformate și se modelează tridimensional procesul de ascuțire. Modelarea 3D permite o analiză simplă și riguroasă a geometriei efective a tăișurilor sculei ascuțite.

### Modelarea analitică a proceselor de înfășurare

Problematica generării suprafețelor prin înfășurare a avut inițial o abordare analitică. Acest mod de studiere a proceselor de generare prin înfășurare a suprafețelor complexe este deosebit de utilizat de cercetători.

Yu-Ren Wu şi Wei-Hsuan HSU [2014] tratează o problemă complexă de generare a rotoarelor de compresoare cu scule elicoidale (corpuri abrazive elicoidale), de asemenea, Jingzhou Yang [2005] rezolvă problema prin teoria coordonatelor generalizate și a înfășurării suprafețelor.

F. Litvin și alții [2005] abordează modelarea roților dințate, în formă analitică, ca bază a problematicii generale de proiectare a acestor organe de mașină.

Shen-Wang Lin și alții [2010] abordează, în formă analitică și numerică, calculul erorilor de generare la prelucrarea roților dințate evolventice cu cuțite-roată, elaborând o schemă de generare lipsită de erori teoretice de generare.

Nicola Stosic și alții [2011] analizează formele constructive și sculele generatoare ale rotoarelor de compresor.

V.G. Teodor, I. Popa și N. Oancea [2010] creează un algoritm dedicat pentru generarea suprafețelor cunoscute în formă discretă, prin substituirea generatoarelor plane ale acestora cu polinoame Bezier.

Este evident că, modelarea analitică a generării suprafețelor este fundamentală în acest domeniu, dar că poate și trebuie a fi completată sau, acolo unde metodica permite, înlocuită cu metode grafice, în baza produselor grafice de proiectare, din ce în ce mai lesne de utilizat și cu erori minime din punct de vedere tehnic.

#### Metode grafice pentru modelarea generării suprafețelor prin înfășurare

Continua dezvoltare a mediilor de proiectare grafică a permis abordarea problemelor de înfășurare a suprafețelor cu scopul proiectării sculelor generatoare sau a modelării erorilor de generare utilizând, printre altele, și facilitățile oferite de AutoCAD, CATIA, SolidEdge sau alte programe grafice de proiectare.

Popa C. și alții [2014]; Berbinschi și alții [2011], [2012], [2014]; Teodor V. și alții [2014]; Baroiu N. [2014] au realizat aplicații în mediile de proiectare grafică, rezolvând probleme ale profilării sculelor generatoare pentru cazurile: vârtejuri ordonate de profiluri asociate unui cuplu de centroide în rulare; profilarea sculelor mărginite de suprafețe de rotație, generatoare a suprafețelor elicoidale cilindrice și de pas constant. Toate aceste

abordări au dat soluții problemelor de înfășurare a suprafețelor în baza teoremelor fundamentale ale înfășurării, teoremele Olivier sau Gohman.

Colectivul de cercetare și-a propus abordarea unei metode de profilare grafică a sculelor de tip cremalieră, cuțit-roată sau cuțit rotativ pe baza metodei traiectoriilor plane de generare dar, pe parcursul elaborării lucrărilor preliminare s-a observat că elaborarea unor programe de tip script care să permită automatizarea procesului de profilare ar fi dificilă datorită lipsei unor comenzi specifice de determinare a înfășurătorilor unor familii de curbe în cadrul mediilor de proiectare grafică menționate.

Din acest motiv s-a preferat elaborarea unei noi metode analitice, metoda traiectoriilor relative de generare, apropiată ca principiu de metoda traiectoriilor plane, dar care permite utilizarea facilităților oferite de programele de proiectare CATIA, AutoCAD sau SolidEdge.

Principiile metodei traiectoriilor relative de generare sunt prezentate în cele ce urmează.

## Metoda familiei de traiectorii relative de generare

Principiul metodei, precum și o serie de aplicații rezolvate pe baza acestei metode au fost prezentate în lucrarea "A New Form of In-Plane Trajectories Theorem. Generation with Rotary Cutters", susținută la ICMS 2015, 8<sup>th</sup> International Conference on Manufacturing Systems, desfășurată la Iași în perioada 22-23 Octombrie 2015, precum și în lucrarea "Graphical Solution in CATIA for Profiling Rotary Cutters. The Method of Relative Trajectories" ce urmează a fi publicată în Analele Universității "Dunărea de Jos" din Galați, fasc, V, 2015.

În figura 1, este prezentată cinematica de principiu a generării cu cuțite rotative. Este prezentat șurubul de generat și secțiunea sa axială, asociată unei centroide rectilinii în rulare cu centroida cuțitului rotativ – cerc de rază  $R_{r2}$ .



Fig. 1. Cinematica generării cu cuțite rotative; centroide în rulare

Cunoscut fiind pasul axial al șurubului -  $p_{axial}$  - se poate defini mărimea razei centroidei sculei (cuțitul rotativ) din condiția ca lungimea cercului de rază  $R_{r2}$  să fie egală cu un număr întreg de pași,  $2\pi \cdot R_{r_2} = K \cdot P_{axial}$ , (K întreg).

Poziția centroidei  $C_1$  în raport cu raza exterioară a șurubului se poate defini din condițiile de evitare a interferenței profilurilor  $C_{\Sigma}$  ale piesei cu  $C_s$ , nereprezentat, al sculei.

Se definesc sistemele de referință:

xy este sistemul fix, cu originea O suprapusă axei de rotație a cuțitului rotativ (mișcarea II);

 $X_I Y_I$  – sistem mobil, solidar centroidei  $C_2$  a cuțitului rotativ;

XY- sistem mobil, solidar centroidei  $C_l$ , cu axa Y suprapusă acesteia.

Cele două centroide sunt tangente în polul angrenării, în figura 1, polul P.

Se presupun cunoscute ecuațiile parametrice ale profilului  $C_{\Sigma}$  - secțiunea axială, în sistemul XY:

$$C_{\Sigma} \begin{vmatrix} X = X(\theta); \\ Y = Y(\theta); \end{vmatrix}$$
(1.1)

cu  $\theta$  parametru variabil.

Cinematica procesului definește mișcările:

- Mișcarea centroidei C<sub>1</sub>, mișcare absolută:

$$x = X + a; \quad a = \begin{vmatrix} -R_{r_2} \\ R_{r_2} \cdot \varphi_1 \end{vmatrix},$$
 (1.2)

cu  $\varphi_1$  parametru de mişcare;

- Mișcarea centroidei C<sub>2</sub>,

$$x = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X_1. \tag{1.3}$$

Există, acum, posibilitatea determinării mișcării rotative a secțiunii axiale a șurubului, în raport cu spațiul  $X_I Y_I$ , asociat cuțitului rotativ:

$$X_1 = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot [X + a]. \tag{1.4}$$

Astfel, pentru punctul curent de pe  $C_{\Sigma}$  se poate determina familia de traiectorii de generare, în raport cu spațiul asociat cuțitului rotativ - spațiul  $X_I Y_I$ :

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 \\ -\sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} X(\theta) \\ Y(\theta) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -R_{r_2} \\ R_{r_2} \cdot \varphi_1 \end{pmatrix} \right]$$
(1.5)

Normala la profilul  $C_{\Sigma}$ , vezi (1.1), este definită de

$$\vec{N}_{\Sigma} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dot{X}_{\theta} & \dot{Y}_{\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \dot{Y}_{\theta} \cdot \vec{i} - \dot{X}_{\theta} \cdot \vec{j}$$
(1.6)

De asemenea, se definește normala în punctul curent al profilului  $C_{\Sigma}$ 

$$\vec{N}_{C_{\Sigma}} \begin{vmatrix} X = X(\theta) + \lambda \cdot \dot{Y}_{\theta}; \\ Y = Y(\theta) - \lambda \cdot \dot{X}_{\theta}, \end{cases}$$
(1.7)

cu  $\lambda$  parametru variabil.

Se determină, în baza transformatei (1.4), familia normalelor la  $C_{\Sigma}$ , în mișcarea relativă față de sistemul asociat centroidei  $C_2$ :

$$\left(\vec{N}_{C_{\Sigma}}\right)_{\varphi_{1}} \left\| \begin{array}{c} X_{1} \\ Y_{1} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{c} \cos\varphi_{1} & \sin\varphi_{1} \\ -\sin\varphi_{1} & \cos\varphi_{1} \end{array} \right\| \cdot \left[ \left\| \begin{array}{c} X(\theta) + \lambda \cdot \dot{Y}_{\theta} \\ Y(\theta) - \lambda \cdot \dot{X}_{\theta} \end{array} \right\| + \left\| \begin{array}{c} -R_{r_{2}} \\ R_{r_{2}} \cdot \varphi_{1} \end{array} \right\| \right]$$
(1.8)

sau, după dezvoltare:

$$X_{1} = \begin{bmatrix} X(\theta) + \lambda \cdot \dot{Y}_{\theta} - R_{r_{2}} \end{bmatrix} \cdot \cos \varphi_{1} + \begin{bmatrix} Y(\theta) - \lambda \cdot \dot{X}_{\theta} + R_{r_{2}} \cdot \varphi_{1} \end{bmatrix} \cdot \sin \varphi_{1};$$
  

$$Y_{1} = -\begin{bmatrix} X(\theta) + \lambda \cdot \dot{Y}_{\theta} - R_{r_{2}} \end{bmatrix} \cdot \sin \varphi_{1} + \begin{bmatrix} Y(\theta) - \lambda \cdot \dot{X}_{\theta} + R_{r_{2}} \cdot \varphi_{1} \end{bmatrix} \cdot \cos \varphi_{1}.$$
(1.9)

Familia normalelor  $(\vec{N}_{C_{\Sigma}})_{\varphi_1}$ , în procesul rulării celor două centroide, dacă respectă teorema Willis, atunci profilurile  $C_{\Sigma}$  al șurubului și  $C_S$ , care urmează a fi determinat, pot fi profiluri reciproc înfășurătoare (conjugate) conducând astfel la soluționarea problemei

propuse: determinarea profilului dinților cuțitului rotativ care generează prin înfășurare secțiunea axială a șurubului.

Coordonatele polului angrenării, P, în sistemul de referință  $X_I Y_I$ , vezi figura 1, sunt:

$$X_1 = -R_{r_2} \cdot \cos \varphi_1$$
  

$$Y_1 = R_{r_2} \cdot \sin \varphi_1$$
(1.10)

Astfel, condițiile pentru ca familia normalelor  $(\vec{N}_{C_{\Sigma}})_{\varphi_1}$  să treacă prin polul angrenării, din (1.9) și (1.10) devin:

$$\begin{bmatrix} X(\theta) + \lambda \cdot \dot{Y}_{\theta} - R_{r_2} \end{bmatrix} \cdot \cos \varphi_1 + \begin{bmatrix} Y(\theta) - \lambda \cdot \dot{X}_{\theta} + R_{r_2} \cdot \varphi_1 \end{bmatrix} \cdot \sin \varphi_1 = -R_{r_2} \cdot \cos \varphi_1; - \begin{bmatrix} X(\theta) + \lambda \cdot \dot{Y}_{\theta} - R_{r_2} \end{bmatrix} \cdot \sin \varphi_1 + \begin{bmatrix} Y(\theta) - \lambda \cdot \dot{X}_{\theta} + R_{r_2} \cdot \varphi_1 \end{bmatrix} \cdot \cos \varphi_1 = R_{r_2} \cdot \sin \varphi_1.$$
(1.11)

Se poate determina acum, prin eliminarea parametrului  $\lambda$  (parametru scalar), condiția de înfășurare specifică metodei.

Prin manipularea ecuațiilor (1.11) se ajunge la formele

$$\begin{bmatrix} X(\theta) - R_{r_2} \end{bmatrix} \cdot \cos \varphi_1 + \begin{bmatrix} Y(\theta) + R_{r_2} \cdot \varphi_1 \end{bmatrix} \cdot \sin \varphi_1 + \lambda \begin{bmatrix} \dot{Y}_{\theta} \cdot \cos \varphi_1 - \dot{X}_{\theta} \cdot \sin \varphi_1 \end{bmatrix} = -R_{r_2} \cdot \cos \varphi_1; - \begin{bmatrix} X(\theta) - R_{r_2} \end{bmatrix} \cdot \sin \varphi_1 + \begin{bmatrix} Y(\theta) + R_{r_2} \cdot \varphi_1 \end{bmatrix} \cdot \cos \varphi_1 - \lambda \begin{bmatrix} \dot{Y}_{\theta} \cdot \sin \varphi_1 - \dot{X}_{\theta} \cdot \cos \varphi_1 \end{bmatrix} = R_{r_2} \cdot \sin \varphi_1.$$
(1.12)

Se determină, astfel, condiția specifică de înfășurare, din (1.12), în forma:

$$\frac{\left[X(\theta) - R_{r_2}\right] \cdot \cos\varphi_1 + \left[Y(\theta) + R_{r_2} \cdot \varphi_1\right] \cdot \sin\varphi_1 + R_{r_2} \cdot \cos\varphi_1}{-\left[\dot{Y}_{\theta} \cdot \cos\varphi_1 - \dot{X}_{\theta} \cdot \sin\varphi_1\right]} = \frac{-\left[X(\theta) - R_{r_2}\right] \cdot \sin\varphi_1 + \left[Y(\theta) + R_{r_2} \cdot \varphi_1\right] \cdot \cos\varphi_1 - R_{r_2} \cdot \sin\varphi_1}{\dot{Y}_{\theta} \cdot \sin\varphi_1 - \dot{X}_{\theta} \cdot \cos\varphi_1}$$
(1.13)

În principiu, condiția de înfășurare (1.13) este o dependență între parametrii variabili  $\theta$  și  $\varphi_l$ , principial, de forma:

$$\theta = \theta(\varphi_1) \tag{1.14}$$

Asociind condiția (1.13) familiei de traiectorii plane de generare, vezi (1.5) sau (1.9) pentru  $\lambda$ =0,

$$\left(T_{C_{\Sigma}}\right)_{\varphi_{1}} \begin{vmatrix} X_{1} = \left[X(\theta) - R_{r_{2}}\right] \cdot \cos\varphi_{1} + \left[Y(\theta) + R_{r_{2}} \cdot \varphi_{1}\right] \cdot \sin\varphi_{1}; \\ Y_{1} = -\left[X(\theta) - R_{r_{2}}\right] \cdot \sin\varphi_{1} + \left[Y(\theta) + R_{r_{2}} \cdot \varphi_{1}\right] \cdot \cos\varphi_{1}.$$

$$(1.15)$$

se determină, ca înfășurătoare a familiei de traiectorii  $(T_{C_{\Sigma}})_{\varphi_1}$ , profilul dinților cuțitului rotativ,  $C_S$ .

#### Metoda grafică pentru profilarea sculelor de tip cuțit rotativ

Profilarea sculelor care generează prin înfășurare, prin metoda rulării, ca scule asociate unui cuplu de centroide în rulare (cum este cazul sculelor tip cremalieră, cuțit rotativ sau cuțit-roată) își poate găsi rezolvarea în baza teoremelor fundamentale ale înfășurării: teorema I Olivier [1, 2, 6], teorema Gohman [1].

În același scop, al profilării acestor tipuri de scule au fost dezvoltate o serie de teoreme complementare precum teorema "distanței minime", metoda "familiei de cercuri substitutive" sau metoda traiectoriilor plane de generare [8, 9].

Sunt cunoscute și soluții grafice, unele dintre aceste dezvoltate recent în medii de proiectare grafică precum AutoCAD [4, 5] sau CATIA [10]. Aceste metode se bazează pe modelarea bidimensională a curbelor aflate în înfășurare, obținându-se soluții riguros exacte.

În cele ce urmează este prezentată o metodă grafică, dezvoltată în CATIA și care permite atât o modelare bidimensională cât și una tridimensională a elementelor în înfășurare.

Utilizând mediul CATIA a fost creat un "mecanism generator" în cadrul căruia este inclus profilul care urmează a fi generat. Scopul este de a determina profilul cuțitului rotativ care să permită obținerea profilului vizat.

Pe lângă obținerea profilului sculei metoda permite și examinarea problemelor de interferență.

Metoda se bazează pe descrierea traiectoriilor (care, în principiu, sunt curbe cicloidale) ale punctelor aparținând profilului care trebuie generat, în mișcarea sa relativă în spațiul sculei.

Această metodă permite o formulare alternativă a condiției de înfășurare, conducând la o soluție simplă, ușor de aplicat și absolut riguroasă.

Pentru a dovedi calitatea metodei au fost realizate aplicații bazate pe respectiva metodă și ale căror rezultate au fost verificate prin metode analitice.

#### Descrierea metodei

Pentru aplicarea acestei metode se utilizează un ansamblu compus din trei elemente și denumit *MecanismCutitRoata*.

Primul element este la rândul sau un subansamblu care conține două componente de tip reper (part). Prima componentă reprezintă centroida sculei, care în acest caz este un cerc de rază  $R_{rs}$ , axele și originea sistemului de referință  $X_IY_IZ_I$ . Cea de a doua componentă va conține punctele determinate de pe profilul sculei și ulterior profilul acesteia.

Al doilea element este tot un subansamblu format dintr-o componentă care conține centroida piesei, care în acest caz este o linie precum și axele și originea sistemului de referință solidar cu piesa, sistemul *XYZ*. A doua componentă este reprezentată de profilul piesei, care poate fi elementar (arc de cerc sau segment de dreaptă) sau compus (eventual cunoscut în mod discret, prin puncte).

Cel de al treilea element, numit  $SR_fix$  conține, așa cum indică și numele, elementele definitorii ale sistemului de referință fix. Tot aici este definit polul angrenării. Rolul acestui element este de a asigura poziționarea relativă între piesă și sculă.



Fig. 1. Elementele componente ale ansamblului MecanismCutitRoata

În ansamblul susmenționat, utilizând modulul *DMU Kinematics* al programului CATIA se definește un mecanism de tip cremalieră (*rack joint*). Acesta are ca element fix elementul *SubansambluScula* și ca element de acționare unghiul de rotație a sistemului de referință solidar cu piesa în jurul axei Z. Tot aici se determină și stochează distanța determinată de la polul angrenării până la normala la profil trasată în punctul curent.

Pentru a fi identificate punctele de contact între piesă și sculă se aplică următorul algoritm:

1). Se face simularea mecanismului, utilizând comanda "*Simulation*" și se identifică poziția în care normala la profil trece prin polul angrenării. Practic, identificarea este făcută prin monitorizarea valorii distanței între polul angrenării și dreapta care are direcția normalei la profil. Atunci când această distanță scade sub o limită stabilită de utilizator (de obicei  $10^{-3}$ ÷ $10^{-4}$  mm) se oprește simularea și se reține poziția mecanismului.



Fig. 2. Distanța între polul angrenării și direcția normală la profil: a). în poziția inițială a simulării; b). în poziția finală a simulării

2). Cu mecanismul oprit în această poziție, se activează profilul sculei și se determină punctul de intersecție între normala la profil și profilul piesei. Pentru o poziționare corectă se aplică temporar două restricții astfel încât punctul să aparțină simultan normalei și profilului (restricție punct-normală: *constraint definition => coincidence*, restricție punct-profil: *constraint definition => coincidence*). Ulterior, pentru a nu se modifica poziția punctului la schimbarea poziției mecanismului, aceste două restricții de șterg.



Fig. 3. Punctul de intersecție între normală și profil: restricții temporare

3). Se activează profilul piesei și se modifică valoarea parametrului care stabilește poziția punctului curent. Astfel, poziția normalei se schimbă corespunzător noii poziții de pe profilul piesei.

Pasul 1 este reluat pentru noua poziție a normalei și se continuă cu pașii 2 și 3, până se determină numărul necesar de puncte pentru a putea fi trasat profilul sculei. Profilul sculei este materializat printr-o curba tip *spline* care trece prin toate punctele determinate.

### Aplicație. Cuțit rotativ pentru filet trapezoidal

În figura 2, este prezentat profilul axial al șurubului cu profil trapezoidal, centroidele în rulare și sistemele de referință.



Fig. 2. Profilul axial al şurubului trapezoidal (filet arhimedic)

Se definesc sistemele de referință, vezi și figura 1:

xy sistem fix, cu originea O, pe axa centroidei  $C_2$ ;

 $X_1Y_1$  – sistem mobil, solidar cu cuțitul rotativ și centroida  $C_2$ ;

XY- sistem mobil, solidar cu secțiunea axială a șurubului de generat.

Profilul filetului  $C_{\Sigma}$  este descris de ecuații de forma:

$$C_{\Sigma} \begin{vmatrix} X = u \cdot \cos \alpha; \\ Y = -b - u \cdot \sin \alpha. \end{cases}$$
(1.16)

cu u - variabilă și b – mărime constructivă.

Normala la  $C_{\Sigma}$  se calculează cu forma vectorială:

$$\vec{N}_{C_{\Sigma}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -\sin \alpha \cdot \vec{i} - \cos \alpha \cdot \vec{j}$$
(1.17)

Cunoscuți fiind parametrii directori ai normalei  $\vec{N}_{C_{\Sigma}}$ , se pot scrie ecuațiile acestei normale în punctul M(X, Y) de pe curba  $C_{\Sigma}$ :

$$\vec{N}_{C_{\Sigma}} = \left[ u \cdot \cos \alpha - \lambda \cdot \sin \alpha \right] \cdot \vec{i} + \left[ \left( -b - u \cdot \sin \alpha \right) - \lambda \cdot \cos \alpha \right] \cdot \vec{j}$$
(1.18)

Astfel, familia normalelor  $(\vec{N}_{C_{\Sigma}})$ , în mișcarea relativă în raport cu cuțitul rotativ, este dată de transformarea (1.4)

$$\left( \vec{N}_{C_{\Sigma}} \right)_{\varphi_{1}} \begin{vmatrix} X_{1} = -b \cdot \sin \varphi_{1} + u \cdot \cos(\alpha + \varphi_{1}) - \lambda \cdot \sin(\alpha + \varphi_{1}) - R_{r} \cdot \cos \varphi_{1} - R_{r} \cdot \varphi_{1} \cdot \sin \varphi_{1}; \\ Y_{1} = -b \cdot \cos \varphi_{1} - u \cdot \sin(\alpha + \varphi_{1}) - \lambda \cdot \cos(\alpha + \varphi_{1}) + R_{r} \cdot \sin \varphi_{1} - R_{r} \cdot \varphi_{1} \cdot \cos \varphi_{1}; \end{vmatrix}$$
(1.19)

Pentru  $\lambda=0$ , familia normalelor (1.19) se reduce la familia traiectoriilor plane de generare a punctelor curente de pe  $C_{\Sigma}$ , în raport cu sistemul  $X_I Y_I$ :

$$\left(T_{(u)}\right)_{\varphi_{1}} \begin{vmatrix} X_{1} = -b \cdot \sin \varphi_{1} + u \cdot \cos(\alpha + \varphi_{1}) - R_{r} \cdot \cos \varphi_{1} - R_{r} \cdot \varphi_{1} \cdot \sin \varphi_{1}; \\ Y_{1} = -b \cdot \cos \varphi_{1} - u \cdot \sin(\alpha + \varphi_{1}) + R_{r} \cdot \sin \varphi_{1} - R_{r} \cdot \varphi_{1} \cdot \cos \varphi_{1}. \end{aligned}$$

$$(1.20)$$

Înfășurătoarea acestei familii de curbe din spațiul  $X_IY_I$  reprezintă profilul cuțitului rotativ, prin asocierea acestora cu condiția specifică de înfășurare: condiția ca familia de normale la  $C_{\Sigma}$  să treacă prin polul angrenării.

În sistemul  $X_I Y_I$ , polul angrenării P (punctul de tangență al celor două centroide conjugate,  $C_I$  și  $C_2$ ), are coordonatele:

$$P \begin{vmatrix} X_1 = -R_r \cdot \cos \varphi_1; \\ Y_1 = R_r \cdot \sin \varphi_1. \end{vmatrix}$$
(1.21)

Din (1.19) și (1.21) rezultă:

$$-b \cdot \sin \varphi_{1} + u \cdot \cos(\alpha + \varphi_{1}) - \lambda \cdot \sin(\alpha + \varphi_{1}) - R_{r} \cdot \cos \varphi_{1} - R_{r} \cdot \varphi_{1} \cdot \sin \varphi_{1} = R_{r} \cdot \cos \varphi_{1};$$
  
$$-b \cdot \cos \varphi_{1} - u \cdot \sin(\alpha + \varphi_{1}) - \lambda \cdot \cos(\alpha + \varphi_{1}) + R_{r} \cdot \sin \varphi_{1} - R_{r} \cdot \varphi_{1} \cdot \cos \varphi_{1} = R_{r} \cdot \sin \varphi_{1}.$$
 (1.22)

Prin eliminarea parametrului  $\lambda$  din ansamblul de ecuații (1.22), rezultă condiția de înfășurare:

$$\varphi = \frac{u + b \cdot \sin \alpha}{-R_r \cdot \sin \alpha} \tag{1.23}$$

Parametrul *u* variază între limitele

$$u_{\min} = R_m - R_i;$$
  

$$u_{\max} = R_e - R_m.$$
(1.24)

$$R_m = \frac{R_e - R_i}{2} + R_i$$
 (1.25)

#### Aplicație numerică

Se prezintă o aplicație numerică pentru profilarea cuțitului rotativ având caracteristicile:  $R_e=39$  mm,  $R_i=50$  mm, pas axial,  $p_{axial}=18,849$  mm, raza de rulare a cuțitului rotativ  $R_r=75$  mm,  $\alpha=15^{\circ}$ .

Forma flancului cuțitului rotativ și coordonate a punctelor de pe acest flanc sunt prezentate în tabelul 1 și figura 3.

Nr. crt.	$X_{I}$ [mm]	<i>Y</i> <sub>1</sub> [mm]	Nr. crt.	$X_{l}$ [mm]	<i>Y</i> <sub>1</sub> [mm]
1	-83,060	-1,592	6	-74,268	-4,817
2	-80,824	-2,701	7	-73,319	-4,947
3	-78,805	-3,544	8	-72,671	-4,993
4	-77,025	-4,153	9	-72,329	-4,996
5	-75,508	-4,566	10	-72,295	-4,995

**Tabel 1.** Coordonate ale punctelor de pe profilul cuțitului rotativ



Fig. 3. Profilul cuțitului rotativ

### Aplicație. Cuțit rotativ pentru generarea unui șurub cu bile

#### Soluția analitică

Una dintre cele mai simple forme ale secțiunii axiale ale unui șurub cu bile este cea prezentată în figura 4. Această formă constă într-un arc de cerc a cărui rază și centru sunt cunoscute.

Sistemele de referință sunt definite conform celor prezentate în figurile 2 și 3.

- *xy* este sistem de referință fix;

- XY — sistem de referință mobil solidar cu centroida  $C_l$ ;

-  $X_1Y_1$  — sistem de referință mobil solidar cu centroida  $C_2$ .





Ecuațiile profilului care trebuie generat, în sistemul de referință XY, sunt:

$$C_{\Sigma} \begin{vmatrix} X = (R_{rs} - R_{\theta}) - r \cdot \cos \theta; \\ Y = r \cdot \sin \theta. \end{cases}$$
(1.26)

Versorul normal la profilul  $C_{\Sigma}$  are ecuațiile:

$$\vec{n}_{C_{\Sigma}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r \cdot \sin \theta & r \cdot \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} r \cdot \cos \theta \cdot \vec{i} - r \cdot \sin \theta \cdot \vec{j} \end{bmatrix} \frac{1}{r}$$
(1.27)

Cunoașterea parametrilor directori ai vectorului normal la profilul  $C_{\Sigma}$  permite scrierea normalei la profil în punctul M,

$$X = (R_{rs} - R_0) - r \cdot \cos \theta + \beta \cdot \cos \theta;$$
  

$$Y = r \cdot \sin \theta - \beta \cdot \sin \theta.$$
(1.28)

cu mărimea  $\beta$  parametru scalar și  $\theta$  parametru variabil care, pentru zona  $\widehat{AB}$  a arcului de cerc variază între

$$\theta_{\min} = 0; \ \theta_{\max} = \arccos\left[\frac{R_{rs} - R_0}{r}\right]. \tag{1.29}$$

Se definește valoarea  $e = R_{rs} - R_0$ .

Normalele în punctul curent al profilului  $C_{\Sigma}$  descriu, în mișcarea relativă în spațiul  $X_I Y_I$ , o familie de linii:

$$\left(N_{C_{\Sigma}}\right)_{\varphi} : \begin{vmatrix} X_{I} = \left(e - r\cos\theta + \beta\cos\theta - R_{rs}\right)\cos\varphi + \left(r\sin\theta - \beta\sin\theta - R_{rs}\varphi\right)\sin\varphi; \\ Y_{I} = -\left(e - r\cos\theta + \beta\cos\theta - R_{rs}\right)\sin\varphi + \left(r\sin\theta - \beta\sin\theta - R_{rs}\varphi\right)\cos\varphi. \end{aligned}$$
(1.30)

Se impune condiția ca familia de normale (1.30) (pentru  $\beta$  variabil) să treacă prin polul angrenării.

$$P \begin{vmatrix} X_{I} = -R_{rs} \cos \varphi \\ Y_{I} = R_{rs} \sin \varphi \end{vmatrix}$$
(1.31)

rezultând condiția:

$$(e - r\cos\theta + \beta\cos\theta - R_{rs})\cos\varphi + (r\sin\theta - \beta\sin\theta - R_{rs}\varphi)\sin\varphi + R_{rs}\cos\varphi = 0; - (e - r\cos\theta + \beta\cos\theta - R_{rs})\sin\varphi + (r\sin\theta - \beta\sin\theta - R_{rs}\varphi)\cos\varphi - R_{rs}\sin\varphi = 0.$$
(1.32)

Condiția de înfășurare specifică pentru metoda traiectoriilor relative de generare se determină eliminând parametrul  $\beta$ ,

$$\varphi = \frac{X(\theta) \cdot \dot{X}_{\theta} + Y(\theta) \cdot \dot{Y}_{\theta}}{R_{rs} \cdot \dot{Y}_{\theta}}, \qquad (1.33)$$

care, particularizat pentru ecuațiile (1.26), care descriu profilul axial al șurubului cu bile, ținând cont de definițiile:

$$\begin{split} \dot{X}_{\theta} &= r \sin \theta; \\ \dot{Y}_{\theta} &= r \cos \theta, \end{split} \tag{1.34}$$

vor determina condiția de înfășurare:

$$\varphi = \frac{e}{R_{rs}} \cdot tg\theta \,. \tag{1.35}$$

Pentru  $\beta = 0$ , ecuațiile (1.32) reprezintă familia de traiectorii relative ale punctelor aparținând profilului  $C_{\Sigma}$  în mișcarea acestuia în spațiul  $X_I Y_I$ . Ecuațiile acestei familii sunt:

$$\left(T_{(\theta)}\right)_{\varphi} \begin{vmatrix} X_{I} = \left(e - r \cdot \cos \theta - R_{rs}\right) \cdot \cos \varphi + \left(r \cdot \sin \theta - R_{rs}\varphi\right) \cdot \sin \varphi; \\ Y_{I} = -\left(e - r \cdot \cos \theta - R_{rs}\right) \cdot \sin \varphi + \left(r \cdot \sin \theta - R_{rs}\varphi\right) \cdot \cos \varphi.$$
 (1.36)

Familia de traiectorii relative (1.36) reprezintă profilul flancului cuțitului rotativ. Sistemul de ecuații (1.35) și (1.36) reprezintă înfășurătoarea profilului (1.26),  $C_{\Sigma}$ ,

adică soluția căutată, respectiv profilul cuțitului rotativ.

#### Aplicație numerică

S-a considerat un exemplu constând într-un profil cu dimensiunile: Rrs = 50 mm; r = 10 mm;  $R_0 = 45$  mm.

Coordonatele punctelor de pe profilul cuțitului rotativ, determinate prin metoda analitică propusă sunt cele prezentate în tabelul 2.

Nr. crt.	$X_{I}$ [mm]	<i>Y</i> <sub>1</sub> [mm]
1	-55	0
2	-54,937	1,097
3	-54,748	2,180
4	-54,434	3,236
5	-54,000	4,249
6	-53,449	5,206
7	-52,787	6,093
8	-52,022	6,895
9	-51,165	7,596
10	-50,231	8,177
11	-49,252	8,617

**Tabel 2.** Coordonatele punctelor de pe profilul sculei

#### Metoda grafică

Pentru același profil a fost dezvoltată o aplicație grafică în mediul de proiectare CATIA. Profilul sculei este prezentat în figura 4 iar rezultatele comparative sunt prezentate în tabelul 3.

Nu out	Metoda	Metoda analitică		da grafică		
INF. CFL	$X_{l}$ [mm]	<i>Y</i> <sub>1</sub> [mm]	$X_1$ [mm]	<i>Y</i> <sub>1</sub> [mm]		
1	-55	0	-55	0		
2	-54,937	1,097	-54,937	1,097		
3	-54,748	2,180	-54,747	2,181		
4	-54,434	3,236	-54,434	3,236		
5	-54,000	4,249	-54,000	4,249		
6	-53,449	5,206	-53,449	5,206		
7	-52,787	6,093	-52,787	6,093		
8	-52,022	6,895	-52,022	6,895		
9	-51,165	7,596	-51,165	7,596		
10	-50,231	8,177	-50,231	8,177		
11	-49,252	8,617	-49,252	8,617		

**Tabel 3.** Rezultatele comparative obținute prin cele două metode



Fig. 5. Profilul sculei cuțit rotativ

# Metoda traiectoriilor plane de generare pentru profilarea sculelor de tip cuțit-roată. Cazul generării exterioare

Pentru profilarea sculelor de tip cuțit-roată a fost imaginat un algoritm similar cu cel utilizat la profilarea sculei cuțit rotativ. Metoda analitică utilizată precum și algoritmul de profilare prin metoda neanalitică, împreună cu o serie de aplicații au fost prezentate în lucrarea "Gear Shaped Cutter – Profiling Method Developed in Graphical Form" transmisă spre a fi publicată în Analele Universității "Dunărea de Jos" din Galați, fasc, V, 2015.

#### Metoda neanalitică de profilare a sculelor tip cuțit-roată

În vederea profilării a fost creat un ansamblu compus din trei elemente, după cum urmează:

- primul element include centroida sculei care este un cerc de rază  $R_{r2}$  și include, de asemenea, axele și originea sistemului de referință  $X_1Y_1Z_1$ .

- al doilea element este compus din centroida piesei, reprezentată de cercul de rază  $R_{rl}$ , și sistemul de referință asociat acesteia. Tot aici este inclus profilul care urmează a fi generat. - cel de al treilea element este sistemul de referință fix și are rolul de a asigura poziționarea relativă a primelor două. În acest sistem fix este definită poziția polului angrenării.



Fig. 6. Ansamblul celor trei elemente

În ansamblul prezentat anterior a fost definit un mecanism de tip angrenaj, a cărui parte fixă o constituie elementul *Cuțit-roata* (vezi figura 6). Între componentele mecanismului *SR\_fix\_CR* și *Caneluri*, respectiv *SR\_fix\_CR* și *Cutit-roată* se definesc articulații de revoluție (*gear joint*) având ca axe de rotație axele Z și respectiv  $Z_1$ . Raportul de transmitere între componentele angrenajului s-a definit în funcție de razele de rulare ale celor două centroide.

Ca element conducător al mecanismului a fost stabilit unghiul de rotație al sistemului de referință fix în jurul axei  $Z_1$  aparținând sistemului solidar cu scula.

Tot în acest ansamblu al mecanismului este măsurată și stocată valoarea distanței de la polul angrenării la dreapta care are direcția normalei la profil în punctul curent.

În scopul identificării punctelor de contact între profilul piesei și cel al sculei a fost imaginat următorul algoritm iterativ:

1). Se stabilește poziția punctului curent la momentul inițial și, prin acest punct, este dusă normala la profil.

2). Se măsoară distanța de la polul angrenării la dreapta care are direcția normalei la profil.

3). Este simulată funcționarea mecanismului în timp ce se monitorizează valoarea distanței determinate la pasul 2.

Atunci când valoarea distantei scade sub o valoare limita aleasă de utilizator (uzual  $10^{-3} \div 10^{-4}$  mm) se oprește simularea și se înregistrează poziția mecanismului.



Fig. 7. Distanța de la polul angrenării la normală; elementele monitorizate

4). Cu mecanismul în poziția determinată anterior se deschide desenul sculei și se determină punctul de intersecție între normală și profilul piesei. Pentru o poziționare corectă, ca și în cazul sculei precedente, se aplică două restricții temporare, de contact simultan între punct și profilul piesei respectiv normală.



Fig. 8. Punctul de intersecție între normală și profil; restricții temporare

5). Se activează desenul piesei și se modifică poziția punctului curent, obligând astfel normala să își schimbe la rândul său poziția.

Se reiau pașii 2, 3 și 4 până se identifică un număr suficient de mare de puncte de pe profilul sculei. Prin aceste puncte este trasată o curbă *spline* care materializează profilul sculei.

# Profilarea sculelor tip cuțit-roată prin metoda traiectoriilor relative de generare

În figura 9 este reprezentat cuplul de centroide în rulare, acestea fiind două cercuri de raze  $R_{r1}$  și respectiv  $R_{r2}$ . Se definesc sistemele de referință:

- xy este sistemul de referință fix, a cărui axă z coincide cu axa de rotație a semifabricatului;

-  $x_0y_0$  — sistem de referință fix, a cărui axă  $z_0$  coincide cu axa de rotație a sculei;

- XY — sistem de referință mobil, solidar cu profilul ce urmează a fi generat. Inițial axele acestui sistem sunt suprapuse axelor sistemului fix xOy;

-  $X_I Y_I$  — sistem de referință mobil, solidar cu viitoarea sculă.

Condiția de rulare în cazul generării cu scule de tip cuțit-rotativ presupune satisfacerea ecuației:

$$R_{r1} \cdot \varphi_1 = R_{r2} \cdot \varphi_2 \,. \tag{2.1}$$

Ecuația (2.1) reprezintă mișcarea de rulare între două centroide de tip cerc,  $C_1$  și  $C_2$ . De asemenea, sunt cunoscute mișcările absolute:

$$x = \omega_3^T \left( \varphi_1 \right) \cdot X \tag{2.2}$$

şi

$$x_0 = \omega_3^T \left( -\varphi_2 \right) \cdot X_1, \tag{2.3}$$

ale celor două centroide în spațiile  $xO_1y$  și, respectiv,  $x_0O_1y_0$ .



**Fig. 9.** Centroidele în rulare; sisteme de referință; profilul  $C_{\Sigma}$ 

Este cunoscută transformarea de coordonate între sistemele de referință fixe:

$$x_0 = x - a; \ a = \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \end{vmatrix}; \ A_{12} = R_{r1} + R_{r2}.$$
(2.4)

Astfel se poate determina mişcarea relativă a sistemului XY în spațiul  $X_1Y_1$ .

$$X_{I} = \omega_{3} \left(-\varphi_{2}\right) \cdot \left[\omega_{3}^{T} \left(\varphi_{I}\right) \cdot X \cdot a\right].$$

$$(2.5)$$

Se definește un vârtej ordonat de profiluri, prin ecuațiile parametrice:

$$C_{\Sigma} \begin{vmatrix} X = X(u); \\ Y = Y(u), \end{vmatrix}$$
(2.6)

sau vectoriale,

$$\vec{r} = X(u) \cdot \vec{i} + Y(u) \cdot \vec{j} , \qquad (2.7)$$

astfel încât să poată fi determinați parametrii directori ai normalei la profil,

$$\vec{N}_{C_{\Sigma}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dot{X}_{u} & \dot{Y}_{u} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \dot{Y}_{u} \cdot \vec{i} - \dot{X}_{u} \cdot \vec{j} , \qquad (2.8)$$

sau

$$\vec{N}_{C_{\Sigma}} = N_{X} \cdot \vec{i} + N_{Y} \cdot \vec{j};$$

$$N_{X} = \dot{Y}_{u}; N_{Y} = -\dot{X}_{u}.$$
(2.9)

Astfel, vectorul normal la profilul  $C_{\Sigma}$  are forma:

$$X = X(u) + \lambda \cdot N_{X};$$
  

$$Y = Y(u) + \lambda \cdot N_{Y}.$$
(2.10)

Traiectoriile descrise de normalele la profilul  $C_{\Sigma}$  pot fi definite, în sistemul de referință al sculei,  $X_I Y_I$ , prin ecuațiile:

$$\left( N_{C_{\Sigma}} \right)_{\varphi_{I}} \begin{vmatrix} X_{I} = \left[ X(u) + \lambda \cdot \dot{Y}_{u} \right] \cdot \cos(\varphi_{I} + \varphi_{2}) - \left[ Y(u) - \lambda \cdot \dot{X}_{u} \right] \cdot \sin(\varphi_{I} + \varphi_{2}) + A_{I2} \cdot \cos\varphi_{2}; \\ Y_{I} = \left[ X(u) + \lambda \cdot \dot{Y}_{u} \right] \cdot \sin(\varphi_{I} + \varphi_{2}) + \left[ Y(u) - \lambda \cdot \dot{X}_{u} \right] \cdot \cos(\varphi_{I} + \varphi_{2}) + A_{I2} \cdot \sin\varphi_{2}; \end{aligned}$$

$$(2.11)$$

unde

$$\varphi_2 = R_{r_1} / R_{r_2} \cdot \varphi_1 \text{ sau } \varphi_2 = i \cdot \varphi_1, \qquad (2.12)$$

cu i raport de transmisie.

Pentru  $\lambda = 0$ , ecuațiile (2.11) reprezintă traiectoriile punctelor de pe profilul  $C_{\Sigma}$  în mișcarea relativă față de sistemul de referință la cuțitului-roată:

$$(T_{u})_{\varphi_{l}} \begin{vmatrix} X_{1} = X(u) \cdot \cos(l+i) \cdot \varphi_{1} - Y(u) \cdot \sin(l+i) \cdot \varphi_{1} + A_{l2} \cdot \cos(i \cdot \varphi_{1}); \\ Y_{1} = X(u) \cdot \sin(l+i) \cdot \varphi_{1} + Y(u) \cdot \cos(l+i) \cdot \varphi_{1} + A_{l2} \cdot \sin(i \cdot \varphi_{1}). \end{vmatrix}$$
(2.13)

Înfășurătoarea familiei de traiectorii relative,  $(T_u)_{\varphi_l}$ , dată de ecuațiile (2.13), reprezintă profilul cuțitului-roată. Acest profil este o curbă reciproc înfășurătoare cu vârtejul ordonat de profiluri  $C_{\Sigma}$ .

#### Condiția de înfășurare

Condiția specifică de înfășurare se obține din restricția ca familia de normale (2.11) să treacă prin polul angrenării, conform teoremei Willis [1].

Coordonatele polului angrenării, în sistemul de referință  $X_1Y_1Z_1$ , sunt (vezi figura 9):

$$P \begin{vmatrix} X_1 = R_{r2} \cdot \cos \varphi_2 = R_{r2} \cdot \cos(i \cdot \varphi_1); \\ Y_1 = R_{r2} \cdot \sin \varphi_2 = R_{r2} \cdot \sin(i \cdot \varphi_1). \end{cases}$$
(2.14)

Astfel, condiția de coincidență între familia de normale  $(N_{C_{\Sigma}})_{\varphi_l}$  și polul angrenării *P*, dacă parametrii directori ai normalelor sunt dați de ecuațiile (2.8), devine:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} X(u) + \lambda \cdot \dot{Y}_{u} \end{bmatrix} \cdot \cos(1+i) \cdot \varphi_{1} - \begin{bmatrix} Y(u) + \lambda \cdot \dot{X}_{u} \end{bmatrix} \cdot \sin(1+i) \cdot \varphi_{1} + \\ +A_{12} \cdot \cos(i \cdot \varphi_{1}) = R_{r_{2}} \cdot \cos(i \cdot \varphi_{1}); \\ \begin{bmatrix} X(u) + \lambda \cdot \dot{Y}_{u} \end{bmatrix} \cdot \sin(1+i) \cdot \varphi_{1} + \begin{bmatrix} Y(u) - \lambda \cdot \dot{X}_{u} \end{bmatrix} \cdot \cos(1+i) \cdot \varphi_{1} + \\ +A_{12} \cdot \sin(i \cdot \varphi_{1}) = R_{r_{2}} \cdot \sin(i \cdot \varphi_{1}), \end{cases}$$

$$(2.15)$$

în care, eliminând parametrul scalar  $\lambda$ , se poate determina condiția specifică de înfășurare:

$$\frac{-X(u)\cos(l+i)\varphi_{l} + Y(u)\sin(l+i)\varphi_{l} - R_{rl}\cos(i\varphi_{l})}{\dot{Y}_{u}\cos(l+i)\varphi_{l} + \dot{X}_{u}\sin(l+i)\varphi_{l}} = \frac{X(u)\sin(l+i)\varphi_{l} + Y(u)\cos(l+i)\varphi_{l} + R_{rl}\sin(i\varphi_{l})}{\dot{X}_{u}\cos(l+i)\varphi_{l} - \dot{Y}_{u}\sin(l+i)\varphi_{l}},$$
(2.16)

unde s-a notat cu  $A_{12}$ , distanța între axele centroidelor,  $A_{12} = R_{r1} + R_{r2}$ . În final, ecuație (2.16) poate fi adusă la forma:

$$\dot{X}_{u}\cos\varphi_{l} - \dot{Y}\sin\varphi_{l} = \frac{X(u)\dot{X}_{u} + Y(u)\dot{Y}_{u}}{-R_{rl}}.$$
(2.17)

Astfel, ansamblul de ecuații (2.13) și (2.16) permite determinarea înfășurătorii familiei de traiectorii relative prin eliminarea unuia dintre parametrii independenți  $u \, \text{sau} \, \varphi_1$ . În cele din urmă, aceasta permite determinarea profilului căutat al flancului sculei cuțit-roată.

În principiu, condiția (2.16) poate fi exprimată în forma:

$$u = u(\varphi_1), \tag{2.18}$$

și ecuațiile (2.13) au forma:

$$C_{S} \begin{vmatrix} X_{I} = X_{I}(u), \\ Y_{I} = Y_{I}(u). \end{vmatrix}$$
(2.19)

#### Linia de angrenare

Evident, ecuațiile liniei de angrenare pot fi determinate între curbele  $C_{\Sigma}$  (2.6) și  $C_S$  (2.19), asociind condiția de angrenare cu o traiectorie într-unul dintre sistemele de referință fixe. De exemplu, din ecuația (2.2), se obține forma:

$$\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X(u) \\ Y(u) \end{vmatrix}$$
(2.20)

asociată condiției (2.18).

#### Cuțit roată pentru generarea unui arbore canelat

A fost realizată o aplicație numerică pentru profilarea cuțitului-roată destinat prelucrării unui arbore cu caneluri cu flancuri paralele.

Secțiunea transversală a arborelui este prezentată în figura 10, iar ecuațiile profilului care urmează a fi generat sunt date de (2.21):

$$C_{\Sigma} \begin{vmatrix} X = -u; \\ Y = a, \end{vmatrix}$$
(2.21)

cu u parametru variabil.



Fig. 10. Arbore canelat; sisteme de referință

Limitele de variație pentru parametrul *u* sunt:

$$u_{min} = \sqrt{R_i^2 - a^2}; \ u_{max} = \sqrt{R_e^2 - a^2}.$$
 (2.22)

Versorul direcției normalei la profil este

$$\vec{N}_{\Sigma} = \vec{j} \quad . \tag{2.23}$$

Ecuația la profilul  $C_{\Sigma}$  în punctul curent este:

$$\vec{N}_{C_{\Sigma}} = -u \cdot \vec{i} + (b + \lambda) \cdot \vec{j} .$$
(2.24)

Astfel se definește familia normalelor la profilul de generat  $(N_{C_{\Sigma}})_{\varphi_l}$ :

$$(N_{C_{\Sigma}})_{\varphi_{l}} \begin{vmatrix} X_{l} = -u\cos(l+i)\varphi_{l} - (b+\lambda)\sin(l+i)\varphi_{l} + A_{l2}\cos(i\varphi_{l}); \\ Y_{l} = -u\sin(l+i)\varphi_{l} + (b+\lambda)\cos(l+i)\varphi_{l} + A_{l2}\sin(i\varphi_{l}); \end{vmatrix}$$
(2.25)

cu

$$i = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \,. \tag{2.26}$$

Din condiția ca normalele aparținând familiei să treacă prin polul angrenării, *P*, de coordonate:

$$P \begin{vmatrix} X_1 = R_{r2} \cdot \cos(i \cdot \varphi_I); \\ Y_1 = R_{r2} \cdot \sin(i \cdot \varphi_I), \end{vmatrix}$$
(2.27)

rezultă condiția de înfășurare,

$$\varphi_l = \arccos\left(\frac{u}{R_{rl}}\right). \tag{2.28}$$

Ecuațiile familiei traiectoriilor relative de generare se obțin din (2.25) pentru  $\lambda = 0$ :

$$X_{1} = -u \cdot \cos(1+i) \cdot \varphi_{1} - b \cdot \sin(1+i) \cdot \varphi_{1} + A_{12} \cdot \cos(i \cdot \varphi_{1});$$
  

$$Y_{1} = -u \cdot \sin(1+i) \cdot \varphi_{1} + b \cdot \cos(1+i) \cdot \varphi_{1} + A_{12} \cdot \sin(i \cdot \varphi_{1}).$$
(2.29)

Ecuațiile (2.29) și (2.28) determină forma profilului cuțitului-roată.

#### Aplicație numerică

Se prezintă o aplicatie numerică pentru un arbore cu caneluri dreptunghiulare, de dimensiuni: Re = 62,5 mm; Ri = 56 mm; z = 20 caneluri; b=4,5 mm; raza de rulare a sculei  $R_{r2} = 31,25$  mm; raport de transmisie i = 2.

În figura 11 și tabelul 4 se prezintă profilul cuțitului-roată și coordonatele punctelor de pe profilul sculei, în sistemul de referință  $X_I Y_I$ .

Nr. crt.	$X_{l}$ [mm]	<i>Y</i> <sub>1</sub> [mm]
1	30,926	4,488
2	32,221	5,009
3	33,781	6,017
4	35,293	7,342
5	36,691	8,906
6	37,947	10,654
7	39,050	12,550
8	39,994	14,564
9	40,779	16,672
10	41,405	18,854
11	41,873	21,092

**Tabel 4.** Coordonatele punctelor de pe profilul flancului sculei



Fig. 11. Profilul flancului dintelui sculei cuțit-roată

#### Soluție grafică

Pentru profilul prezentat anterior s-a aplicat algoritmul prezentat la începutul capitolului.

Comparațiile între rezultatele obținute prin metoda grafică și cele obținute prin metoda analitică sunt prezentate în tabelul 5. Aceste rezultate dovedesc faptul că punctele găsite pe profil, prin cele două metode, sunt identice.

Nu out	Metoda a	analitică	Metoda grafică		
INF. CFL.	$X_{I}$ [mm]	<i>Y</i> <sub>1</sub> [mm]	$X_{l}$ [mm]	<i>Y</i> <sub>1</sub> [mm]	
1	30,926	4,488	30,926	4,488	
2	32,221	5,009	32,221	5,009	
3	33,781	6,017	33,781	6,017	
4	35,293	7,343	35,294	7,343	
5	36,691	8,906	36,691	8,906	
6	37,947	10,654	37,947	10,654	
7	39,050	12,550	39,050	12,550	
8	39,994	14,564	39,994	14,564	
9	40,779	16,672	40,779	16,672	
10	41,405	18,854	41,405	18,854	
11	41,873	21,092	41,873	21,092	

 Tabel 5. Comparison between the two methods

# Traiectorii plane de generare în procesul generării cu cuțite-roată de interior

În figura 12 sunt prezentate centroidele în rulare în procesul de generare al unei danturi interioare.



**Fig. 12.** *Generare interioară; centroidele*  $C_1$  *și*  $C_2$ *; profilul de generat*  $C_{\Sigma_1}$ 

Se definesc sistemele de referință:

- xy și  $x_0y_0$  sunt sisteme de referință fixe, solidare cu centroidele  $C_1$  și respectiv  $C_2$ ;

- XY — sistem de referință mobil, solidar cu profilul de generat,  $C_{\Sigma}$ ;

-  $X_1Y_1$  — sistem de referință mobil, solidar cu scula cuțit-roată de interior.

Distanța între axele O și  $O_1$  ale sistemelor fixe, se definește ca:

$$A_{12} = R_{r1} - R_{r2} \,. \tag{2.30}$$

În sistemul de referință XY este cunoscut vârtejul ordonat de profiluri:

$$C_{\Sigma} \begin{vmatrix} X = X(u); \\ Y = Y(u), \end{vmatrix}$$
(2.31)

cu *u* parametru variabil.

Cinematica procesului de generare include miscările absolute:

$$x = \omega_3^T \left( \varphi_1 \right) \cdot X \tag{2.32}$$

reprezentând rotația centroidei C<sub>1</sub>;

$$x_0 = \omega_3^T \left(\varphi_2\right) \cdot X_1 \tag{2.33}$$

reprezentând rotația centroidei  $C_2$ .

Condiția de rulare poate fi stabilită între parametrii unghiulari  $\varphi_1$  și  $\varphi_2$ , în forma:

$$R_{r1} \cdot \varphi_1 = R_{r2} \cdot \varphi_2 \text{ sau } i = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{R_{r1}}{R_{r2}}, \qquad (2.34)$$

unde *i* este raportul de transmisie.

Poziția relativă între sistemele de referință fixe este:

$$x_0 = x - a; \quad a = \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \end{vmatrix},$$
 (2.35)

cu  $A_{12}$  dată de relația (2.18).

Mișcarea relativă între sistemele de referință mobile, similară cu mișcarea (2.5) este descrisă de transformarea

$$X_1 = \omega_3(\varphi_2) \cdot \left[ \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X \cdot a \right], \tag{2.36}$$

rezultând

$$(T_{(u)})_{\varphi_{l}} \begin{vmatrix} X_{l} = X(u) \cdot \cos(i-l) \cdot \varphi_{l} + Y(u) \cdot \sin(i-l) \cdot \varphi_{l} + A_{l2} \cdot \cos(i \cdot \varphi_{l}); \\ Y_{l} = -X(u) \cdot \sin(i-l) \cdot \varphi_{l} + Y(u) \cdot \cos(i-l) \cdot \varphi_{l} + A_{l2} \cdot \sin(i \cdot \varphi_{l}). \end{aligned}$$
(2.37)

Pornind de la ecuațiile (2.11) pot fi scrise ecuațiile familiei de normale  $C_{\Sigma}$ :

$$(N_{C_{\Sigma}})_{\varphi_{l}} \begin{vmatrix} X_{l} = \left[ X(u) + \lambda \cdot \dot{Y}_{u} \right] \cdot \cos(i-l) \cdot \varphi_{l} + \left[ Y(u) - \lambda \cdot \dot{X}_{u} \right] \cdot \sin(i-l) \cdot \varphi_{l} + A_{l2} \cdot \cos(i \cdot \varphi_{l}); \\ Y_{l} = -\left[ X(u) + \lambda \cdot \dot{Y}_{u} \right] \cdot \sin(i-l) \cdot \varphi_{l} + \left[ Y(u) - \lambda \cdot \dot{X}_{u} \right] \cdot \cos(i-l) \cdot \varphi_{l} - A_{l2} \cdot \sin(i \cdot \varphi_{l}). \end{aligned}$$

$$(2.38)$$

Coordonatele polului angrenării sunt:

$$\begin{vmatrix} X_{IP} = -R_{r2} \cdot \cos(i \cdot \varphi_I); \\ Y_{IP} = R_{r2} \cdot \sin(i \cdot \varphi_I). \end{aligned}$$
(2.39)

Ecuațiile (2.39) și (2.38) permit determinarea condiției de înfășurare:

$$(N_{C_{\Sigma}})_{\varphi_{l}} \begin{vmatrix} X(u) + \lambda \cdot \dot{Y}_{u} \end{bmatrix} cos(i-1) \cdot \varphi_{l} + \begin{bmatrix} Y(u) - \lambda \cdot \dot{X}_{u} \end{bmatrix} sin(i-1)\varphi_{l} + A_{l2} cos(i\varphi_{l}) = -R_{r_{2}} cos(i\varphi_{l}); \\ -\begin{bmatrix} X(u) + \lambda \cdot \dot{Y}_{u} \end{bmatrix} sin(i-1)\varphi_{l} + \begin{bmatrix} Y(u) - \lambda \cdot \dot{X}_{u} \end{bmatrix} cos(i-1)\varphi_{l} - A_{l2} sin(i\varphi_{l}) = R_{r_{2}} sin(i\varphi_{l}), \end{vmatrix}$$

$$(2.40)$$

prin eliminarea parametrului  $\lambda$  din ansamblul de ecuații (2.40),

$$\lambda = \frac{X(u)\cos(i-1)\varphi_{l} + Y(u)\sin(i-1)\varphi_{l} + R_{rl}\cos(i\varphi_{l})}{\dot{X}_{u}\sin(i-1)\varphi_{l} - \dot{Y}_{u}\cos(i-1)\varphi_{l}} = \frac{-X(u)\sin(i-1)\varphi_{l} + Y(u)\cos(i-1)\varphi_{l} - R_{l}\sin(i\varphi_{l})}{\dot{X}_{u}\cos(i-1)\varphi_{l} + \dot{Y}_{u}\sin(i-1)\varphi_{l}}$$

$$(2.41)$$

Condiția de înfășurare și familia de traiectorii de generare (2.37) reprezintă, prin eliminarea unuia dintre parametrii independenți  $u \, \text{sau} \, \varphi_1$ , profilul  $C_S$  al cuțitului-roată, în principiu, de forma:

$$C_{s} \begin{vmatrix} X_{l} = X_{l}(u), \\ Y_{l} = Y_{l}(u). \end{cases}$$
(2.42)

#### Cuțit-roată de interior pentru generarea unei bucșe cu alezaj pătrat

Una dintre cele mai frecvent utilizate tehnologii pentru prelucrarea alezajelor cu secțiune pătrată sau hexagonală este cea de mortezare cu cuțite-roată de interior.

Se propune soluționarea problemei legate de profilarea sculei destinată prelucrării alezajului pătrat al unei bucșe, utilizând metoda traiectoriilor relative de generare.

În figura 13 se prezintă forma bucșei, cuplul de centroide în rulare și sistemele de referință utilizate:

-  $C_I$  este centroida bucșei, un cerc de rază  $R_{rI}$ ;

-  $C_2$  — centroida sculei, cerc de rază  $R_{r2}$ ;

- *i* — raport de transmisie, 
$$_{i} = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{R_{rI}}{R_{r2}};$$

- *xy* — sistem de referință fix;

- XY — sistem de referință mobil solidar cu centroida  $C_l$ ;

-  $X_1Y_1$  — sistem de referință mobil, solidar cu centroida  $C_2$ .

Ecuațiile profilului  $C_{\Sigma}$  sunt:

$$C_{\Sigma} \begin{vmatrix} X = -a; \\ Y = u. \end{cases}$$
(2.43)

Limitele de variație ale parametrului *u* sunt:  $u_{\min} = -a$  și  $u_{\max} = a$ . Normala la profilul  $C_{\Sigma}$  este:

$$\vec{N}_{C_{\Sigma}} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -\vec{i} .$$
(2.44)

Familia de traiectorii relative de generare are ecuațiile, vezi (2.37):

$$X_{1} = -a \cdot \cos(i-1) \cdot \varphi_{1} - u \cdot \sin(i-1) \cdot \varphi_{1} + A_{12} \cdot \cos(i \cdot \varphi_{1});$$
  

$$Y_{1} = -a \cdot \sin(i-1) \cdot \varphi_{1} + u \cdot \cos(i-1) \cdot \varphi_{1} + A_{12} \cdot \sin(i \cdot \varphi_{1}).$$
(2.45)

Condiția de înfășurare, vezi (2.41), este:

$$\varphi_{I} = \arcsin\left(\frac{u}{R_{rI}}\right),\tag{2.46}$$

cu  $A_{12} = R_1 - R_{r2}$ .

Sistemul de ecuații (2.45) și (2.46) reprezintă profilul cuțitului-roată.

#### Aplicație numerică

Se prezintă un exemplu numeric pentru o bucșă cu alezaj pătrat având dimensiunile a = 40 mm și i = 4/3.

În figura 14 și tabelul 6 sunt prezentate forma și coordonatele flancului dintelui sculei care generează acest alezaj.

Nr. crt.	$X_{I}$ [mm]	<i>Y</i> <sub>1</sub> [mm]
1	-21,213	-36,742
2	-22,993	-29,161
3	-24,280	-21,766
4	-25,169	-14,468
5	-25,687	-7,223
6	-25,858	0
7	-25,687	7,223
8	-25,169	14,468
9	-24,285	21,766
10	-22,993	29,161
11	-21,213	36,742

 Tabel 6. Coordonatele punctelor de pe profilul sculei



Fig. 14. Profilul sculei cuțit-roată

#### Soluția grafică în CATIA

Aceeași problemă a fost rezolvată utilizând facilitățile mediului de proiectare CATIA.

Rezultatele comparative sunt prezentate în tabelul 7 iar profilul sculei este arătat în figura 15.

Nu out	Metoda	analitică	Metoda	grafică
Nr. cri.	$X_{I}$ [mm]	<i>Y</i> <sub>1</sub> [mm]	$X_{l}$ [mm]	<i>Y</i> <sub>1</sub> [mm]
1	-21.213	-36.742	-21.213	-36.742
2	-22.993	-29.161	-22.993	-29.161
3	-24.280	-21.766	-24.280	-21.766
4	-25.169	-14.468	-25.169	-14.468
5	-25.687	-7.223	-25.687	-7.223
6	-25.858	0	-25.858	0
7	-25.687	7.223	-25.687	7.223
8	-25.169	14.468	-25.169	14.468
9	-24.285	21.766	-24.285	21.766
10	-22.993	29.161	-22.993	29.161
11	-21.213	36.742	-21.213	36.742

 Tabel 4. Comparație între rezultatele obținute prin metoda grafică și analitică



Fig. 15. Profilul sculei cuțit-roată de interior

## Algoritm pentru profilarea neanalitică a sculelor care generează prin înfășurare, prin metoda rulării

În vederea profilării a fost creat un ansamblu compus din trei elemente care are rolul de a modela cinematica procesului de generare.

Pentru a putea fi avute sub control mărimile care guvernează cinematica generării, respectiv tipul de sculă și razele de rulare a fost creat un fișier de tip text în care sunt stocate aceste date.

La deschiderea fiecăruia dintre componentele ansamblului se importă parametrii salvați în acest fișier iar parametrii dependenți de aceștia sunt calculați cu ajutorul funcțiilor stabilite în fiecare fișier în parte.

Cele trei componente ale ansamblului care conține mecanismul care reproduce cinematica generării sunt:

- primul element este la rândul său un subansamblu format din două părți componente. Primul reper (*part*) include centroida sculei și axele și originea sistemului de referință  $X_1Y_1Z_1$ . Al doilea reper include fișierul în care se va determina profilul sculei.



Fig. 16. Sistemul de referință și centroida sculei; relațiile parametrice

S-a preferat această împărțire a primului element din două motive. Pe de o parte acest lucru permite o eventuală folosire ulterioară a profilului sculei în scopul obținerii modelului solid al acesteia. Pe de altă parte, dacă se dorește evidențierea traiectoriilor punctelor aparținând profilului piesei în mișcarea relativă față de sistemul asociat sculei este posibilă includerea acestor traiectorii ca element separat în subansamblul sculă.

Dimensiunile de reprezentare ale centroidei sculei și ale axelor sistemului de referință sunt calculate ca funcții dependente de valoarea citită pentru raza de rulare a sculei (*Rrs*), vezi figura 16. În plus, pentru scula de tip cremalieră centroida sculei este modificată astfel încât să se transforme din cerc în dreaptă.

- al doilea element este compus din centroida piesei și sistemul de referință asociat acesteia. Tot aici este inclus profilul care urmează a fi generat. Și în acest caz elementul

este de tip subansamblu, motivele pentru care s-a preferat această organizare fiind similare cu cele prezentate anterior.

Dimensiunile de reprezentare ale centroidei piesei și ale axelor sistemului de referință corespunzător sunt funcții dependente de valoarea citită pentru raza de rulare a piesei (*Rrp*), vezi figura 17. Similar cu scula cremalieră, pentru scula de tip cuțit rotativ centroida piesei este modificată astfel încât să se transforme din cerc în dreaptă.



Fig. 17. Sistemul de referință și centroida asociată piesei; relațiile parametrice între mărimile definitorii ale generării

- cel de al treilea element este sistemul de referință fix și are rolul de a asigura poziționarea relativă a primelor două. În acest sistem fix este definită și poziția polului angrenării.

În funcție de tipul de sculă considerat se calculează și distanță între originile sistemelor de referință (A12).



Fig. 17. Ansamblul celor trei elemente

În ansamblul prezentat anterior se definește un mecanism de tip angrenaj cilindric sau angrenaj cremalieră, a cărui parte fixă o constituie elementul *ProductScula* (vezi figura 17). Între componentele mecanismului  $SR_fix$  și *ProductPiesa*, respectiv  $SR_fix$  și *ProductScula* se definesc două articulații de revoluție (*gear joint*) sau o articulație de revoluție și una de translație (*rack joint*) sau având ca axe de rotație axele Z și respectiv  $Z_1$ . Raportul de transmitere între componentele angrenajului s-a definit în funcție de razele de rulare ale celor două centroide.

Ca element conducător al mecanismului a fost stabilit unghiul de rotație al sistemului de referință fix în jurul axei  $Z_1$  aparținând sistemului solidar cu scula pentru cazul cuțitelor roată și a cremalierei, respectiv unghiul de rotație al sistemului de referință fix în jurul axei Z a sistemului solidar cu piesa pentru cazul cuțitului rotativ.

Tot în acest ansamblu al mecanismului este măsurată și stocată valoarea distanței de la polul angrenării la dreapta care are direcția normalei la profil în punctul curent.

În scopul identificării punctelor de contact între profilul piesei și cel al sculei a fost imaginat următorul algoritm iterativ:

1). Se importă parametrii definiți în fișierul Parametri.txt.

2). Se desenează schița profilului care trebuie generat și se restricționează această schiță prin constrângeri dimensionale și de poziție.

3). Se stabilește poziția punctului curent la momentul inițial și, prin acest punct, este dusă normala la profilul care se dorește a fi obținut.

4). Se măsoară distanța de la polul angrenării la dreapta care are direcția normalei la profil.

5). Este simulată funcționarea mecanismului în timp ce se monitorizează valoarea distanței determinate la pasul 4.

Atunci când valoarea distantei scade sub o valoare limita aleasă de utilizator (uzual  $10^{-3} \div 10^{-4}$  mm) se oprește simularea și se înregistrează poziția mecanismului.



Fig. 18. Distanța de la polul angrenării la normală; elementele monitorizate

6). Cu mecanismul în poziția determinată anterior se deschide desenul sculei și se determină punctul de intersecție între normală și profilul piesei. Pentru o poziționare corectă se aplică două restricții temporare, de contact simultan între punct și profilul piesei respectiv normală.



Fig. 19. Punctul de intersecție între normală și profil; restricții temporare

7). Se activează desenul piesei și se modifică poziția punctului curent, obligând astfel normala să își schimbe la rândul său poziția.

Se reiau pașii 4, 5, 6 și 7 până se identifică un număr suficient de mare de puncte de pe profilul sculei. Prin aceste puncte este trasată o curbă *spline* care materializează profilul sculei.

#### Aplicație numerică

Se prezintă un exemplu numeric pentru un profil materializat printr-o curbă spline care, specific ar putea fi un profil cunoscut în mod discret.

Import Result	<b>d</b> 1							
Created parameters	Insert	<u>T</u> ools <u>A</u> nalyze	Window Help					
Name Value For Comm TipScula Cremaliera Rrp 150mm	1							
Rrs Omm		Formulas: Produ	ictPiesa.					? >
		Filter On ProductPie	sa					Import
Cance	i I	Filter Type : All Double click on a par	ameter to edit it	~				
		Parameter			Value	Formula	Active	^
		SR_piesa/PartBo SR_piesa/PartBo SR_piesa/PartBo SR_piesa/PartBo SR_piesa/PartBo SR_piesa/PartBo SR_piesa/PartBo SR_piesa/PartBo SR_piesa/PartBo SR_piesa/PartBo	sylvoint.ol2 sylvoint.ol2 sylvoint.ol2 dyluine.xlStart' dylline.xlStart' dylline.xlStart' dylline.vlStart' dylline.vlStart' dylline.vlStart' sylvine.vlStart' sylvine.vlStart' sylvine.vlStart' sylvoint.olx	ter	Omm Omm true -165mm true -165mm true -25mm true -25mm	= -1.1*`SR_piesa\Length.Rr' = 1.1*`SR_piesa\Length.Rr' = -1.1*`SR_piesa\Length.Rr' = 1.1*`SR_piesa\Length.Rr'	yes yes yes yes	
		New Parameter of Delete Parameter	type Length	💙 With Sin	gle Value	<u>~</u>		Add Formula Delete Formula
		-				<u> </u>	ок э	Apply Gancel

Fig. 20. Importarea parametrilor definiți în fișierul Parametri.txt



Fig. 21. Forma (sketch) profilului care trebuie generat



Fig. 22. Distanța de la polul angrenării la profilul de generat



Fig. 23. Simularea mecanismului



Fig. 23. Familia de traiectorii descrisă de punctele de pe profilul piesei în mișcarea relativă față de sculă

În figura 24 și tabelul 15 sunt prezentate forma și coordonatele tăișului cremalierei care generează acest profil.



Tabel 15. Coordonatele punctelor de pe profilul sculei

Nr. crt.	ξ[mm]	η [mm]
1	49.503	-9.964
2	52.276	-5.882
3	51.581	-0.906
4	50.003	3.875
5	50.869	8.689
6	52.081	10.361

# Anexe

# Codurile sursa ale programelor utilizate pentru profilarea analitică prin metoda traiectoriilor relative de generare

#### Profilarea sculei cuțit rotativ pentru generarea unui șurub cu bile

% Anale 2015 cutit rotativ pentru surub cu bile; Rrs=50; R0=45; r=10; e=Rrs-R0; linie=1; umin=0; umax=acos((Rrs-R0)/r); incu=(umax-umin)/10; for u=umin:incu:umax; fi=-e/Rrs\*tan(u); unghi(linie,1)=fi\*180/pi; unghi(linie,2)=u; X(linie,1)=(e-r\*cos(u))\*cos(fi)+r\*sin(u)\*sin(fi)-Rrs; Y(linie,1)=-(e-r\*cos(u))\*sin(fi)+r\*sin(u)\*cos(fi)-Rrs\*fi; linie=linie+1; end;

#### Profilarea sculei cuțit-roată pentru generarea unui arbore canelat

```
% Anale 2015 cutit-roata pentru arbore canelat;
Re=52; Ri=48; a=9/2; i=2;
Rrp=Re; Rrs=Rrp/i; A12=Rrp+Rrs;
linie=1; umin=(Ri^2-a^2)^(1/2); umax=(Re^2-a^2)^(1/2);
for fi=0*pi/180:0.1*pi/180:10*pi/180;
u=(-a*sin((1+i)*fi)+Rrp*cos(i*fi))/cos((1+i)*fi);
unghi(linie,1)=fi*180/pi; unghi(linie,2)=u;
X(linie,1)=-u*cos((1+i)*fi)-a*sin((1+i)*fi)+A12*cos(i*fi);
Y(linie,1)=u*sin((1+i)*fi)+a*cos((1+i)*fi)+A12*sin(i*fi);
linie=linie+1;
end;
```

#### Profilarea sculei cuțit-roată pentru generarea unei bucșe pătrate

```
% Anale 2015 cutit-roata pentru bucsa patrata;

a=40; Rrp=a*2^{(1/2)}; i=4/3;

Rrs=Rrp/i; A12=Rrp-Rrs;

linie=1; umin=-a; umax=a;

incu=(umax-umin)/10;

for u=umin:incu:umax;

fi=asin(u/Rrp);

unghi(linie,1)=fi*180/pi; unghi(linie,2)=u;

X(linie,1)=-a*cos((1-i)*fi)-u*sin((1-i)*fi)+A12*cos(i*fi);

Y(linie,1)=-a*sin((1-i)*fi)+u*cos((1-i)*fi)-A12*sin(i*fi);

linie=linie+1;

end;
```

### **Rezultate obținute în anul 2015**

#### Articole transmise spre evaluare la jurnale indexate BDI:

1. Gear Shaped Cutter – Profiling Method Developed in Graphical Form, Nicuşor BAROIU, Virgil Gabriel TEODOR, Camelia Lăcrămioara POPA, Nicolae OANCEA, Analele Universității "Dunărea de Jos" din Galați, fascicula V, Tehnologii în Construcția de mașini, ISSN 1221- 4566, anul 2015;

2. Graphical Solution in CATIA for Profiling Rotary Cutters. The Method of Relative Trajectories, Virgil Gabriel TEODOR, Nicuşor BAROIU, Florin SUSAC, Nicolae OANCEA, Analele Universității "Dunărea de Jos" din Galați, fascicula V, Tehnologii în Construcția de mașini, ISSN 1221-4566, anul 2015;

#### Articol susținut la conferința ICMS 2015:

1. A New Form of In-Plane Trajectories Theorem. Generation with Rotary Cutter. Nicuşor BAROIU, Virgil TEODOR şi Nicolae OANCEA, Buletinul Institutului Politehnic Din Iaşi, Publicat de Universitatea Tehnică "Gheorghe Asachi" din Iaşi, Tomul LIX (LXIII), Fasc. 1, 2015, Secția CONSTRUCȚII DE MAȘINI

#### Articole transmise spre evaluare la conferințe ce urmează a avea loc în 2016:

1. Algorithm for Manufacturing Accurate Al-Si Alloy Cast Parts, Florin Susac, Nicusor Baroiu, transmis spre evaluare la conferința internațională ModTech 2016.

#### Abstract:

Cast parts manufacturing has some disadvantages as dimensional accuracy of the parts which is generally lower if comparing with parts manufactured by other processes. This paper presents an algorithm for manufacturing very accurate cast parts made of Al-Si alloys. The paper also presents an analytical technique for estimating the dimension of air gap formation at the cast/mold interface during solidification and cooling of melt alloy. As the final dimension of the cast part is directly determined by air gap evolution, short explanation about this phenomenon is presented.

2. End Mill Tool's Profiling – Graphical Solution in CATIA, using the generating trajectories method, Nicuşor BAROIU, Virgil Gabriel TEODOR, Florin SUSAC & Nicolae OANCEA, transmis spre evaluare la conferința internațională ModTech 2016.

#### Abstract:

The tool's profiling for generation of cylindrical helical surfaces with constant pitch (helical teethed wheels; helical flutes of cutting tools; worms of helical pumps; movement threads with multiple starts) can be done using the fundamentals of surface enwrapping – Olivier theorem or Gohman theorem. Also, for this specific situation of generation of helical surfaces using tools bounded by revolution surfaces, some specifically theorems can be used, as Nikolaev theorem or complementary theorems as: "the family of substitution circles"; the "in-plane generating trajectories" or "minimum distance".

In the same time, the development of graphical design environments AutoCAD, CATIA, SolidEdge etc. allow to approach this issue of determination of revolution surfaces

reciprocally enveloping with cylindrical helical surfaces with constant pitch using graphical means.

The issue of helical surface generation using tools bounded by revolution surfaces: side mill; end mill or ring tool is a current concern. This is proving by recent research and papers.

A solution for end mill profiling is proposed in this paper. The end mill tool is bounded by a revolution primary peripheral surface, based on the knowledge of relative trajectories described by the surface to be generated in the space of tool. The expression of these trajectories is graphically determined.

Regarding the specific issue related to the end mill tool generation, the problem can be simplified, analyzing the contact between the two conjugated surfaces — the cylindrical helical surface with constant pitch and the revolution surface, as in-plane problem, in planes sections orthogonal on the revolution surface's axis, namely the primary peripheral surface of end mill tool.

They are presented applications examples for the graphical algorithm and results obtained both with graphical method and an analytical one are comparative presented in order to prove the method quality.